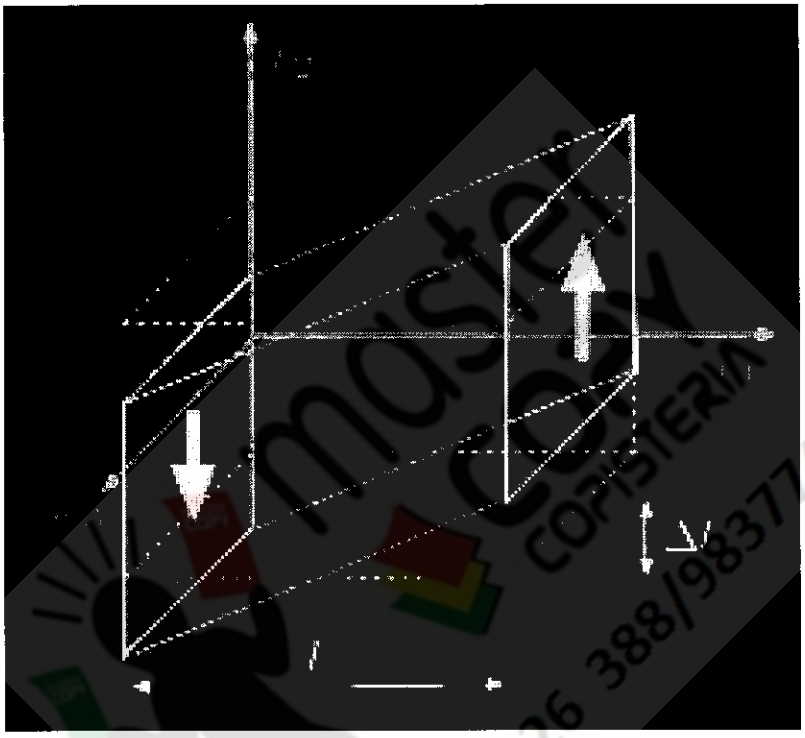
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Università degli studi di Pisa
Dipartimento d'Ingegneria Civile Industriale (DICI)

Corso di Scienza delle Costruzioni II



Appunti del corso
Anno Accademico 2013/2014

Meccanica del continuo

Studente

Edoardo

Indice

1 Deformazioni **8**

1.1 Premessa 8
1.2 Spostamento, deformazione, gradiente di deformazione 8
1.3 Misure di deformazione 10
1.3.1 Dilatazione Lineare 10
1.3.2 Scorrimento Angolare 11
1.3.3 Variazione Volumica 12
1.4 Tensore destro di deformazione finita di Cauchy - Lagrange . . 12
1.5 Deformazioni piccole 13
1.5.1 Dilatazione lineare 13
1.5.2 Scorrimento angolare 14
1.5.3 Variazione volumica 14
1.6 Deformazioni e direzioni principali 15
1.7 Dipendenza di E dal sistema di riferimento 17
1.8 Componenti di deformazioni in coordinate cilindriche e polari . 17
1.9 Equazioni di compatibilità di de Saint Venant o Equazioni di congruenza interna 18

2 Tensioni **22**

2.1 Sistema di forze. Tensione 22
2.2 Componenti di tensione 24
2.3 Teorema di Cauchy - Poisson. Equazioni indefinite d'equilibrio 25
2.3.1 Equazioni indefinite d'equilibrio alla traslazione 25
2.3.2 Equazioni indefinite d' equilibrio alla rotazione. Equazioni di Reciprocità 26
2.3.3 Equazioni ai limiti 27
2.4 Tensioni e direzioni principali 28
2.5 Dipendenza di T dal sistema di riferimento 29
2.6 Componenti delle tensioni in coordinate cilindriche e polari . . 29
2.7 Cerchi di Mohr 30

3 Problema Elastico Lineare **32**
3.1 Cenni alla teoria assiomatica delle equazioni costitutive 32
3.2 Legami costitutivi 33
3.3 Materiali Iperelastici Lineari 36
3.4 Relazioni di Hooke dell'elasticità lineare isotropa 38
3.5 Potenziale elastico lineare isotropo 41
3.6 Elasticità Lineare non isotropa 43
3.7 Principio dei Lavori Virtuali 44
3.8 Equazioni del Problema dell' equilibrio elastico 50
3.8.1 Equazioni di Navier - Cauchy 51
3.9 Problema elastico piano nella tensione 54
3.9.1 Coordinate Polari 54

4 Teoremi sulla Deformazione **62**
4.1 Premessa 62
4.2 Energia di Deformazione elastica 63
4.3 Principi e Teoremi per le strutture linearmente elastiche 65
4.3.1 Teorema di Kirchhoff 66
4.3.2 Teorema di Clapeyron 69
4.3.3 Teorema di Betti - Maxwell 69

5 Il Problema di De Saint - Venant **71**
5.1 Premessa 71
5.2 Geometria 73
5.3 Materiale 74
5.4 Condizioni di vincolo e di carico 74
5.5 Formulazione matematica del problema 75
5.5.1 Ipotesi del de Saint Venant sullo stato di tensione . . . 75
5.6 Postulato di de Saint - Venant 77
5.7 Relazione fra stato di tensione
e caratteristiche della sollecitazioni 78

6 Soluzione del Problema di de Saint - Venant **79**
6.1 Equazioni di Beltrami - Michell 79
6.2 Soluzione Generale nelle tensioni Normali 80
6.2.1 Formula di Navier per le tensioni normali 80
6.3 Soluzione nelle tensioni tangenziali 83
6.3.1 Riduzione alle sollecitazioni semplici 83

7 Sforzo Normale o assiale **84**
7.1 Stato di sforzo 84
7.2 Stato di deformazione 84
7.3 Energia di deformazione 86

8 Torsione **87**
8.1 Premessa 87
8.2 Torsione nella trave a sezione circolare 88
8.3 Torsione nella trave di sezione generica (semplicemente connessa) 93
8.4 Analogia Idrodinamica 97
8.5 Torsione nelle travi di parete sottili a sezione chiusa 98
8.6 Torsione in travi di sezione rettangolare sottile 100
8.7 Funzione degli sforzi di Prandtl 102
8.8 Torsione nelle travi di parete sottile aperta 105

9 Flessione retta e deviata **108**
9.1 Flessione retta 108
9.2 Stato di sforzo 108
9.3 Stato di deformazione 109
9.4 Campo di spostamento 110
9.5 Energia deformazione 113
9.6 Flessione deviata 114
9.7 Stato di sforzo 115
9.8 Stato di deformazione 115
9.9 Campo di spostamento 116
9.10 Energia di deformazione 117

10 Sforzo normale eccentrico **118**
10.1 Stato di tensione 119
10.2 Stato di deformazione 120
10.3 Energia di deformazione 121

11 Flessione e Taglio **122**
11.1 Premessa 122
11.2 Tensione tangenziale media su una corda: Formula di Jourawsky 123
11.3 Stato di deformazione 126
11.4 Energia di deformazione e fattore di taglio 126

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

12 Flessione composta a taglio e torsione: Centro di Taglio 130
12.1 Premessa 130
12.2 Centro di Taglio 130
12.3 Formula di Jourawsky in forma binomia 133

13 Geometria delle Masse 135
13.1 Baricentri e Momenti Statici 135
13.1.1 Il baricentro di un sistema di masse 135
13.1.2 Il Momento Statico 136
13.1.3 Proprietà del baricentro 136
13.1.4 Le coordinate del baricentro 137
13.1.5 I sistemi continui 137
13.2 Momenti di secondo ordine 138
13.2.1 Il momento d'inerzia assiale 138
13.2.2 Il momento d'inerzia polare 139
13.2.3 Il momento centrifugo 140
13.2.4 I teoremi di trasposizione 140
13.2.5 Momenti rispetto ad assi di direzione variabile 141
13.2.6 Assi principali d'inerzia 142
13.2.7 Il centro relativo ad un asse 143
13.2.8 L'ellisse centrale d'inerzia 145
13.2.9 Le proprietà dell'ellisse cetrale d'inerzia 147
13.2.10 La costruzione dell'ellisse centrale d'inerzia 148

14 Crisi del Comportamento Elastico 150
14.1 Premessa 150
14.2 Resistenza dei materiali da costruzioni 151
14.2.1 Comportamento duttile 152
14.2.2 Comportamento fragile 152
14.3 Criteri di Crisi 153
14.4 Spazio di Haig - Westergaard 154
14.5 Criterio di resistenza di Galileo - Rankine 157
14.6 Criterio di snervamento isotropi 159
14.6.1 Premessa 159
14.6.2 Superficie Limite 160
14.6.3 Generalità 161
14.7 Criterio di Huber - Hencky - von Mises 163
14.8 Criterio di Tresca - de Saint Venant 167
14.9 Criterio di scorrimento di Coulomb e Mohr 169

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745